

به وقت تفکر

در خانه همگام با مدرسه

درس نامه

ریاضی پنجم دبستان

فصل ۶: اندازه گیری

۱- مساحت

۲- محیط

۳- حجم

۴- گنجایش

دبستان پسرانه دکتر قریب منطقه ۱۸ آموزش و پرورش تهران

سال تحصیلی: ۹۹-۹۸

تعریف مساحت :

اندازه ی سطح یک شکل هندسی را مساحت آن شکل می گویند.

تعریف محیط :

اندازه ی دور تا دور یک شکل هندسی را محیط آن شکل می گویند.

تعریف چهار ضلعی :

هر چهار ضلعی از برخورد چهار پاره خط تشکیل می شود.

انواع چهار ضلعی :

الف (متوازی الاضلاع

هر چهار ضلعی که در آن ، ضلع های روبرو موازی باشند، متوازی الاضلاع نامیده می شود .

مانند شکل های زیر :



خصوصیات متوازی الاضلاع :

ضلع های روبرو ، باهم برابر هستند.

ضلع های روبرو باهم ، موازی هستند.

زاویه های روبرو باهم ، برابر هستند.

قطر ها همیشه یکدیگر را نصف می کنند.

هر قطر شکل را به دو مثلث مساوی تقسیم می کند.

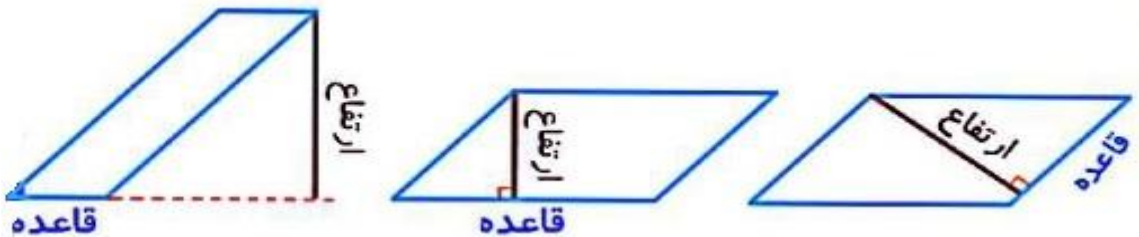
مجموع زوایای داخلی این چهار ضلعی ۳۶۰ درجه می باشد.

مساحت متوازی الاضلاع :

ارتفاع \times قاعده = مساحت متوازی الاضلاع

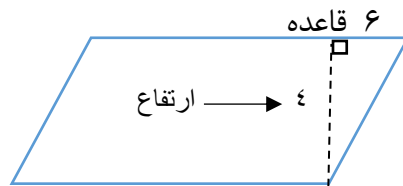
نکته :

ارتفاع در متوازی الاضلاع ، می تواند در داخل یا خارج از شکل باشد .



مثال : مساحت متوازی الاضلاع مقابل را محاسبه کنید .

ارتفاع \times قاعده = مساحت متوازی الاضلاع



$$6 \times 4 = 24$$

ب : مستطیل :

مستطیل چهار ضلعی است که دارای چهار زاویه ۹۰ درجه می باشد.



نکته :

مستطیل نوعی متوازی الاضلاع می باشد .

خصوصیات مستطیل :

ضلع های روبرو ، باهم برابر هستند.

ضلع های روبرو باهم ، موازی هستند.

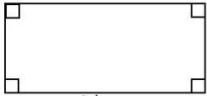
چهار زاویه ۹۰ درجه دارد.

قطرها باهم برابرند.

قطرها یک دیگر را نصف می کنند.

قطرها شکل مستطیل را به دو مثلث تقسیم می کنند.

مجموع زوایای داخلی این شکل ۳۶۰ درجه می باشد .



مساحت مستطیل :

عرض \times طول = مساحت مستطیل

نکته :

واحد اندازه گیری آن متر مربع یا سانتی متر مربع می باشد.

محیط مستطیل :

$2 \times (\text{عرض} + \text{طول}) = \text{محیط مستطیل}$

نکته :

واحد اندازه گیری آن متر یا سانتی متر می باشد.

مثال :

زمینی به شکل مستطیل داریم به طول ۵ متر و عرض ۲ متر ،

الف (محیط این زمین را حساب کنید ؟

$$۲ \times (\text{عرض} + \text{طول}) = \text{محیط مستطیل}$$

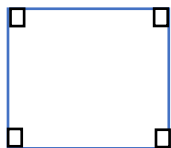
$$\text{متر } ۱۴ = ۲ \times (۵ + ۲)$$

ب (مساحت این زمین را حساب کنید ؟

$$\text{عرض} \times \text{طول} = \text{مساحت مستطیل}$$

$$\text{متر مربع } ۱۰ = ۲ \times ۵$$

ج (مربع :



چهار ضلعی است که دارای چهار ضلع مساوی و چهار زاویه ۹۰ درجه است .

نکته :

مربع نوعی مستطیل می باشد که دارای ضلع های برابر می باشد.

خصوصیات مربع :

ضلع های روبرو باهم ، موازی هستند.

قطرها باهم برابرند.

قطرها یک دیگر را نصف می کنند.

قطرها بر هم عمودند.

مجموع زوایای داخلی این چهار ضلعی ۳۶۰ درجه می باشد.

مساحت مربع :

خودش \times یک ضلع = مساحت مربع

نکته :

واحد اندازه گیری متر مربع یا سانتی متر مربع می باشد.

محیط مربع :

۴ \times یک ضلع = محیط مربع

نکته :

واحد اندازه گیری متر یا سانتی متر می باشد.

مثال : استخری به شکل مربع می باشد. اگر یک ضلع این استخر ۵ متر باشد .

الف (محیط این استخر را حساب کنید ؟

۴ \times یک ضلع = محیط مربع

متر $۲۰ = ۴ \times ۵$

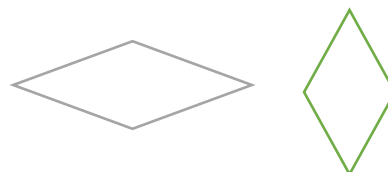
ب (مساحت این استخر را حساب کنید ؟

خودش \times یک ضلع = مساحت مربع

$$5 \times 5 = 25 \text{ متر مربع}$$

د) لوزی :

چهار ضلعی که دارای چهار ضلع مساوی است ، لوزی نامیده می شود.



نکته :

لوزی ، نوعی متوازی الاضلاع است که ضلع های آن باهم برابر است .

خصوصیات لوزی :

اضلاع روبرو باهم ، موازی هستند.

زاویه های روبرو با هم برابرند

قطرها یک دیگر را نصف می کنند.

قطر ها بر هم عمودند.

مجموع زوایای داخلی این چهار ضلعی ۳۶۰ درجه می باشد.

مساحت لوزی :

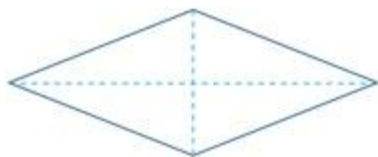
برای پیدا کردن مساحت لوزی ، روش های مختلفی وجود دارد.

روش اول :

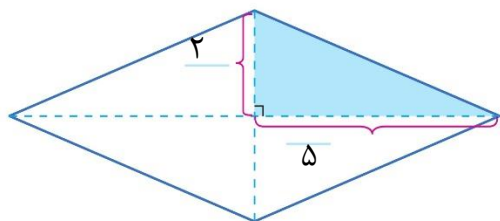
قطر های لوزی را رسم کرده و به کمک آن ها لوزی را به چهار مثلث مساوی تقسیم می کنیم.

مساحت یک مثلث را به دست آورده و سپس آن مساحت را ۴ برابر می کنیم ، مساحت کل شکل بدست

می آید.



مثال : دانش آموزان می خواهند مساحت یک لوزی با قطر های ۴ و ۱۰ سانتی متر را پیدا کنند .



روش اول :

۲ ارتفاع \times قاعده = مساحت مثلث رنگ شده

$$۲ \times ۵ = ۱۰$$

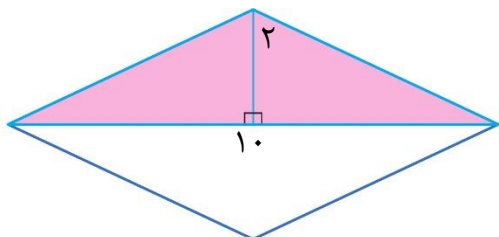
$$۱۰ \div ۲ = ۵$$

مساحت مثلث رنگ شده ۵ سانتی متر مربع می باشد.

سانتی متر مربع $۲۰ = ۴ \times ۵$: مساحت کل شکل

روش دوم :

هر قطر ، لوزی را به دو مثلث مساوی تقسیم می کند . مساحت لوزی را می توان با تبدیل کردن آن به دو مثلث مساوی حساب کرد . و سپس آن را دو برابر کرد .



۲ ارتفاع \times قاعده = مساحت مثلث رنگ شده

$$۱۰ \times ۲ = ۲۰$$

$$۲۰ \div ۲ = ۱۰$$

سانتی متر مربع مساحت قسمت رنگ شده

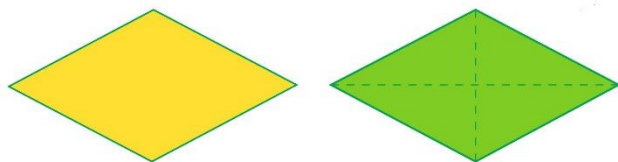
سانتی متر مربع $۲۰ = ۲ \times ۱۰$: مساحت کل شکل

روش سوم :

مساحت لوزی را می توان با استفاده از مساحت مستطیل حساب کنیم .

روی دو مقوا به رنگ های مختلف ، دو لوزی هم اندازه رسم می کنیم.

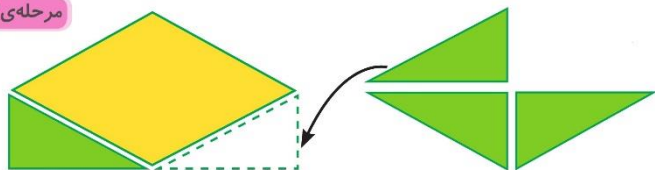
مرحله ۱



یکی از لوزی ها از روی قطر های آن برش می زنیم .

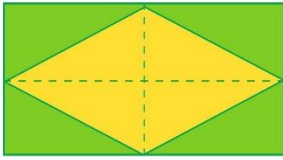
حالا چهار مثلث را مثل شکل ، اطراف لوزی اول بچینید.

مرحله ۲



طول و عرض مستطیل را با قطر های لوزی مقایسه کنید .

مرحله ۳



قطر بزرگ : طول مستطیل

قطر کوچک : عرض مستطیل

عرض \times طول = مساحت مستطیل

۲ \div قطر کوچک \times قطر بزرگ = مساحت لوزی (نصف حاصل ضرب دو قطر)

نکته :

واحد اندازه گیری مساحت در لوزی ، متر مربع یا سانتی متر مربع می باشد.

مثال : قطر بزرگ یک لوزی ۶ سانتی متر و قطر کوچک آن ۴ سانتی متر می باشد.

مساحت این لوزی را حساب کنید ؟

۲ \div قطر کوچک \times قطر بزرگ = مساحت لوزی

$$۶ \times ۴ = ۲۴$$

$$۲۴ \div ۲ = ۱۲ \text{ سانتی مربع}$$

نکته :

مربع ، نوعی لوزی است که زاویه ها یا قطر های آن باهم برابر هستند .

رسم لوزی :

برای رسم لوزی ، کافیست اندازه دو قطر را داشته باشیم . این دو قطر را طوری رسم کنیم که دو قطر همدیگر را

قطع کرده ، بر هم عمود باشند و همدیگر را نصف کرده باشند .

ه (دوزنقه :

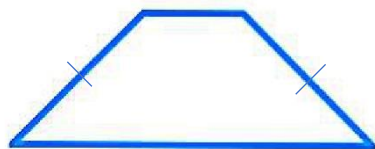
هر چهار ضلعی ای که فقط دارای دو ضلع موازی باشد ، دوزنقه نام دارد .



انواع دوزنقه :

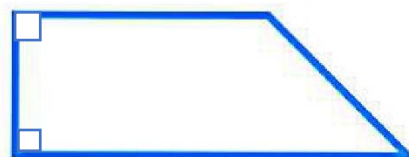
الف (دوزنقه ی متساوی الساقین :

در این نوع دوزنقه ، دو ضلع غیر موازی با هم برابرند.



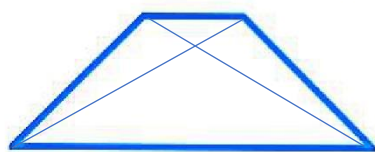
ب (دوزنقه ی قائم الزاویه :

دوزنقه ای است که دارای دو زاویه قائمه یا ۹۰ درجه می باشد.



نکته :

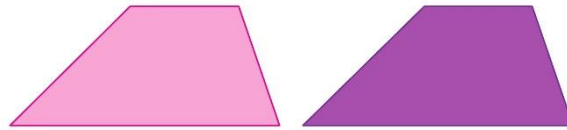
فقط دوزنقه ی متساوی الساقین است که قطر ها با هم برابر هستند .



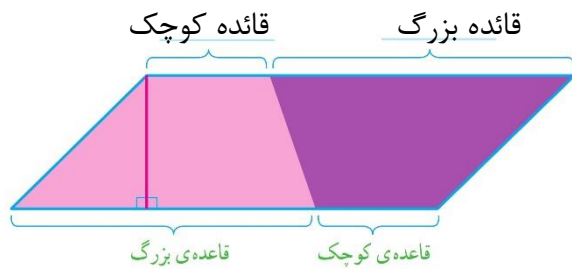
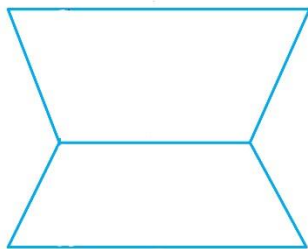
مساحت ذوزنقه :

می خواهیم یک دستور کلی برای مساحت ذوزنقه پیدا کنیم .

۱- روی دو مقوا به رنگ های متفاوت ، ذوزنقه ی هم اندازه رسم می کنیم .



با کنار هم قرار دادن ذوزنقه ها شکل های مختلف می سازیم .



۲- ذوزنقه ای را ، مثل شکل رو به رو کنار هم قرار می دهیم .

چه شکلی بدست می آید؟ متوازی الاضلاع

مساحت این متوازی الاضلاع و مساحت ذوزنقه چه ارتباطی باهم دارند ؟

مساحت متوازی الاضلاع دو برابر مساحت ذوزنقه است ، زیرا از دو ذوزنقه ی هم اندازه تشکیل شده است.

ارتفاع و قائده این متوازی الاضلاع را با ارتفاع و قائده ذوزنقه مقایسه کنیم.

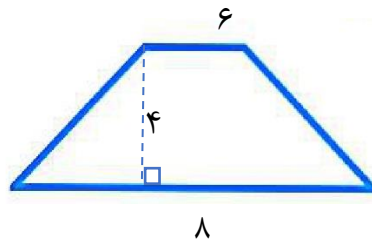
$$\text{ارتفاع ذوزنقه} = \text{ارتفاع متوازی الاضلاع}$$

قائده ی بزرگ دوزنقه \oplus قائده کوچک دوزنقه = قائده متوازی الاضلاع

به کمک مساحت متوازی الاضلاع ، روش محاسبه ی مساحت دوزنقه نتیجه میگیریم

$$۲ \oplus \text{ ارتفاع} \otimes \text{ مجموع دو قائده} = \text{مساحت دوزنقه}$$

مثال : مساحت شکل زیر را پیدا کنید ؟



$$۲ \oplus \text{ ارتفاع} \otimes \text{ مجموع دو قائده} = \text{مساحت دوزنقه}$$

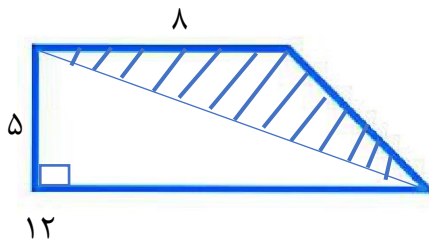
$$۴ \otimes (۶ \oplus ۸) = ۱۴ \otimes ۴ = ۵۶$$

$$۲ \oplus ۵۶ = ۲۸$$

مساحت شکل های ترکیبی :

گاهی اوقات با تقسیم بندی های مناسب ، می توانیم شکل ها را به چند شکل شناخته شده تبدیل کنیم و مساحت آنها را یک به یک و در نهایت باهم جمع کنیم تا مساحت کل شکل به دست آید .

مثال : در شکل مقابل ، مساحت قسمت رنگی را به دست آورید .



$$۲ \oplus \text{ ارتفاع} \otimes \text{ مجموع دو قائده} = \text{مساحت دوزنقه}$$

$$۵ \otimes (۸ \oplus ۱۲) = ۲۰ \otimes ۵ = ۱۰۰ \oplus ۲ = ۵۰$$

$$۲ \oplus \text{ ارتفاع} \oplus \text{ قاعده} = \text{مساحت قسمت سفید (مثلث قائم الزاویه)}$$

$$۵ \otimes ۱۲ = ۶۰$$

$$۲ \oplus ۶۰ = ۳۰$$

$$۲۰ = ۵۰ - ۳۰ = \text{مساحت قسمت رنگ شده}$$

(و) دایره:

هر دایره شامل اجزای زیر می باشد.

- مرکز: نقطه ای در وسط دایره که از تمام قسمت های آن به یک فاصله است.

- شعاع: پاره خطی که مرکز را به محیط دایره وصل می کند.

نکته: شعاع نصف قطر است.

- قطر: پاره خطی که دو نقطه از محیط دایره را به هم وصل می کند و از مرکز هم عبور می کند.

نکته: قطر دو برابر شعاع است.

نکته: هر دایره خیلی زیاد شعاع و خیلی زیاد قطر دارد.

محیط دایره:

به اندازه ی دورتادور یک دایره (یک دور کامل دایره) محیط دایره گفته می شود.

عدد پی:

تقسیم محیط (دور تا دور دایره) بر قطر دایره، همیشه یک عدد ثابت است که آن را عدد پی (π) می نامند.

مقدار عدد π تقریباً $۳/۱۴$ است.

$$\frac{\text{دور دور تا دایره (محیط دایره)}}{\text{قطر دایره}} = \pi \quad \text{عدد پی} = ۳/۱۴$$

محاسبه ی محیط دایره:

$$\frac{3}{14} \times \text{قطر} = \text{محیط دایره}$$

مثال : محیط دایره ای به شعاع ۳ سانتی متر را حساب کنید ؟

$$2 \times \text{شعاع} = \text{قطر}$$

$$3 \times 2 = 6 \text{ سانتی متر}$$

$$\frac{3}{14} \times \text{قطر} = \text{محیط دایره}$$

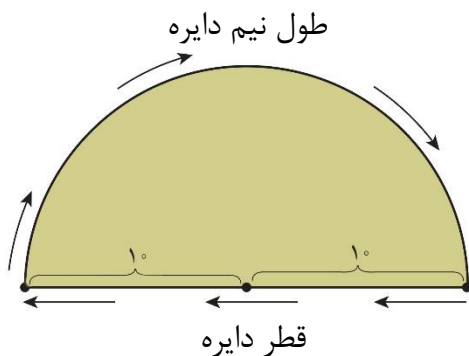
$$6 \times \frac{3}{14} = \frac{18}{14} \text{ سانتی متر}$$

نکته :

محیط یک نیم دایره از دو قسمت تشکیل شده است .

الف : طول نیم دایره (نصف محیط دایره)

ب : قطر دایره



کار در کلاس صفحه ۱۱۲ کتاب ریاضی :

مثال محیط شکل زیر را حساب کنید ؟ (مقدار پی را ۳ در نظر بگیرید)

$$\text{قطر دایره} + \text{طول نیم دایره} = \text{محیط نیم دایره}$$

$$3 \times \frac{3}{14} = \text{محیط دایره (الف)}$$

$$20 \times 3 = 60$$

محیط دایره

$$60 + 2 = 62$$

نصف محیط دایره

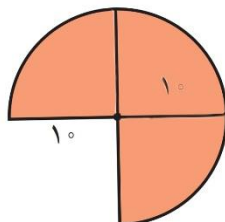
قطر دایره + طول نیم دایره = محیط نیم دایره

$$۳۰ + ۲۰ = ۵۰ \quad \text{محیط نیم دایره}$$

مثال :

$\frac{۳}{۴}$ محیط دایره ای به قطر ۲۰ سانتی متر را حساب کنید ؟

(عدد پی را ۳ در نظر بگیرید)



شعاع + شعاع + (عدد پی × قطر) × $\frac{۳}{۴}$ = محیط شکل

$$\frac{۳}{۴} \times (۲۰ \times ۳) + ۱۰ + ۱۰ = ۶۵$$

$\frac{۳}{۴}$ محیط دایره ۶۵ می باشد.

نکته :

برای تبدیل دقیقه به ساعت ، باید نسبت زیر را تشکیل دهیم .

$$\text{تعداد دقیق} = \frac{\text{تبدیل نسبت دقیقه به ساعت}}{۶۰}$$

مثال :

هر ۱۵ دقیقه چه کسری از ساعت است؟

$$\text{تبدیل نسبت دقیقه به ساعت} = \frac{\text{تعداد دقیق}}{۶۰} = \frac{۱۵}{۶۰} = \frac{۱}{۴}$$

هر ۱۵ دقیقه ، $\frac{۱}{۴}$ است.

فعالیت صفحه ۱۱۱ کتاب درسی :

الف) نوک عقربه دقیقه شمار را این ساعت در یک دور کامل ، به طور تقریبی چند سانتی متر حرکت می کند ؟

جواب : کافی است محیط دایره ساعت را به طور تقریبی حساب کنیم.

عدد پی را ۳ در نظر میگیریم .

عدد پی \otimes قطر = محیط دایره

سانتی متر $30 \otimes 3 = 90$

محیط دایره ۹۰ سانتی متر می باشد.



ب) وقتی نیم ساعت می گذرد چطور ؟

جواب : می دانیم نیم ساعت یعنی $\frac{1}{2}$ ساعت ، بنابراین :

$$\frac{1}{2} \otimes 90 = \frac{90}{2} = 45$$

سانتی متر ۴۵

پ) وقتی یک ربع ساعت می گذرد چطور ؟

جواب : می دانیم یک ربع ساعت یعنی $\frac{1}{4}$ ساعت ، بنابراین :

$$\frac{1}{4} \otimes 90 = \frac{90}{4} = 22 \frac{1}{2} = 22/5$$

سانتی متر ۲۲/۵

نکته :

برای بدست آوردن مسافتی که نوک عقربه ی دقیقه شمار یک ساعت ، در مدت زمان مشخص طی می کند ، از رابطه ی زیر استفاده می کنیم.

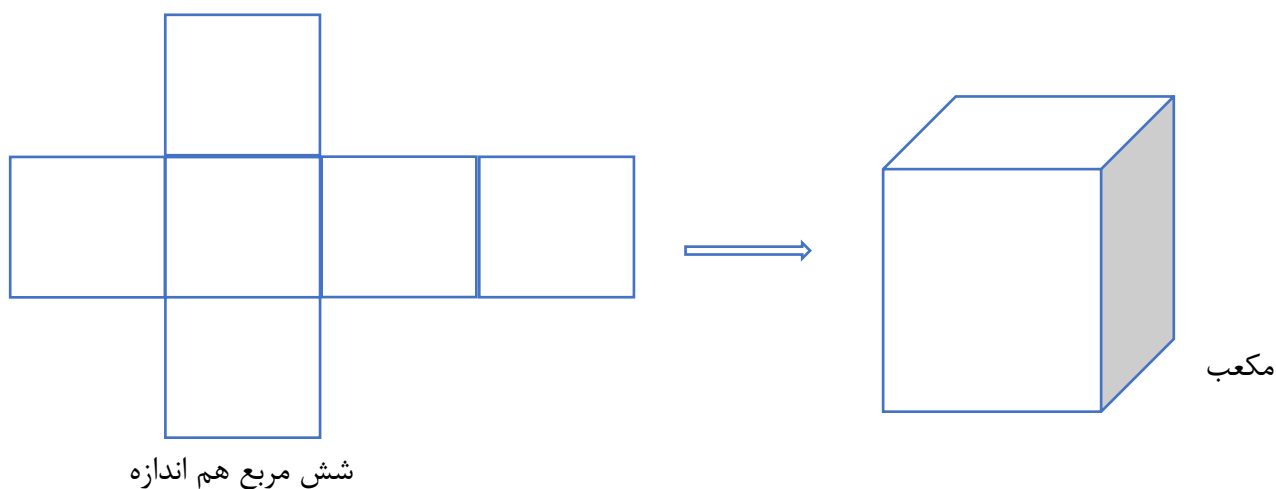
$$\text{محیط دایره} \times \frac{\text{مدت زمان (دقیقه)}}{60} = \text{مسافتی که نوک عقربه ی دقیقه شمار طی می کند}$$

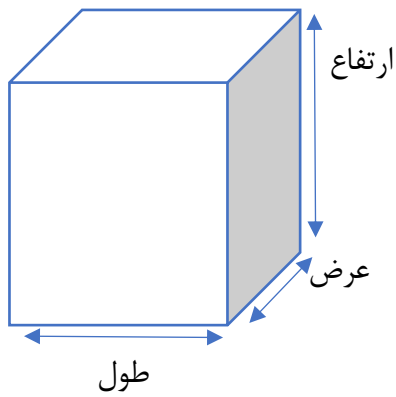
حجم :

مقدار فضایی که یک جسم اشغال می کند را حجم آن جسم می گویند.

مکعب :

به جسم حاصل از تا کردن و به هم چسباندن شش مربع هم اندازه مانند روبرو ، مکعب می گوییم .

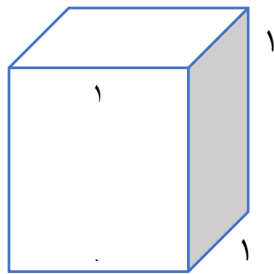




در یک مکعب : طول ، عرض و ارتفاع باهم برابر هستند.

مکعب واحد :

مکعبی است که از شش مربع به اندازه ی ۱ واحد درست شده باشد. اگر واحد اندازه گیری سانتی متر باشد ،



حجم این مکعب ، ۱ سانتی متر مکعب است .

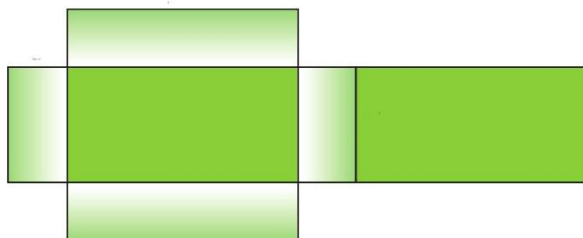
نکته :

حجم یک جسم ، با تغییر شکل ظاهری آن تغییر نمی کند.

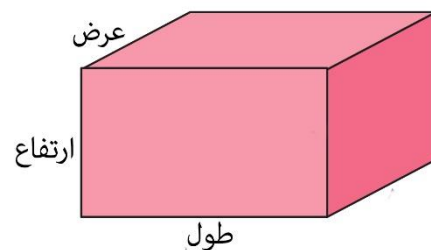
مکعب مستطیل :

به جسم حاصل از تا کردن و به هم چسباندن شش مستطیل که دو به دو برابر باشند ، مکعب مستطیل

می گویند.



هر مکعب مستطیل دارای اجزای اصلی زیر است.



طول ، عرض ، ارتفاع

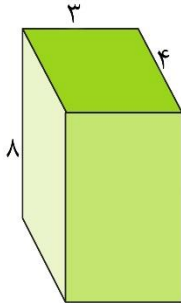
حجم مکعب مستطیل :

برای بدست آوردن حجم مکعب مستطیل یک دستور کلی می توانیم بنویسیم :

$$\text{ارتفاع} \times \text{عرض} \times \text{طول} = \text{حجم مکعب مستطیل}$$

مثال :

حجم شکل زیر را بدست آورید ؟



$$\text{ارتفاع} \times \text{عرض} \times \text{طول} = \text{حجم مکعب مستطیل}$$

$$۴ \times ۳ \times ۸ = ۹۶$$

گنجایش :

مقدار مایعی که درون یک ظرف قرار می گیرد ، گنجایش آن ظرف نامیده می شود .

به عنوان مثال : اگر یک بطری را با ۴ لیوان آب پر کنیم ، می توانیم بگوییم گنجایش این بطری ۴ لیوان است.

و اگر یک قوری حاوی ۳ فنجان چای باشد ، می توانیم بگوییم گنجایش این قوری ۳ فنجان است.

شباهت و تفاوت گنجایش :

روش محاسبه حجم و گنجایش از نظر دستور کلی یکسان می باشد.

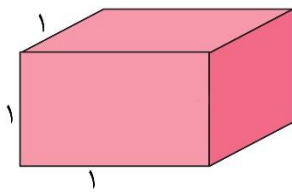
$$\text{ارتفاع} \times \text{عرض} \times \text{طول} = \text{حجم}$$

ارتفاع \otimes عرض \otimes طول = گنجایش

تفاوت : حجم جسم ، مقدار فضایی است که جسم اشغال کرده است ، ولی گنجایش یک جسم مقدار فضایی خالی درون یک جسم است.

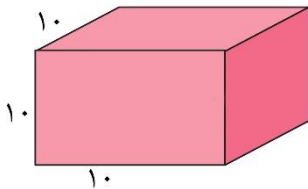
واحد اندازه گیری مایعات :

الف (متر مکعب : یک متر مکعب ، گنجایش ظرف مکعب شکل با طول و عرض و ارتفاع ۱ متر است .



متر مکعب $1 = 1 \otimes 1 \otimes 1 =$ گنجایش

ب (لیتر : یک لیتر ، گنجایش یک ظرف مکعب شکل با طول و عرض و ارتفاع ۱۰ سانتی متر است.



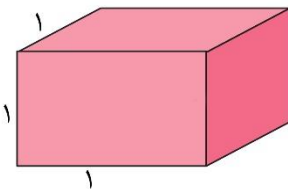
لیتر $1000 = 10 \otimes 10 \otimes 10 =$ گنجایش

نکته :

هر لیتر ۱۰۰۰ سانتی متر مکعب است .

به یک سانتی متر مکعب ۱ سی سی یا یک میلی لیتر هم گفته می شود.

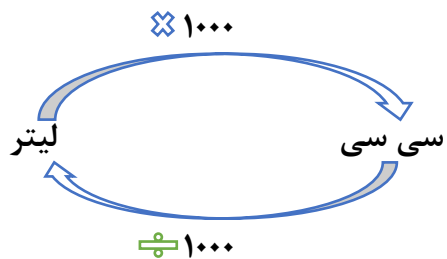
ج (سی سی (میلی لیتر) : یک سی سی ، گنجایش یک ظرف مکعب شکل با ابعاد ۱ سانتی متر است.



سانتی متر مکعب $1 = 1 \otimes 1 \otimes 1 =$ گنجایش

۱ سانتی متر مکعب = ۱ سی سی = ۱ میلی لیتر

نکته :



رابطه بین سی سی و لیتر :

سی سی : 1000 لیتر

لیتر : 1000 سی سی

مثال :

اگر از هر ۸ لیتر شیر، بتوانیم ۱/۲ لیتر ماست تهیه کنیم، برای تهیه ۶۰۰ سی سی ماست چند لیتر شیر نیاز داریم.

جواب :

$$\text{سی سی} = 1000 \text{ لیتر}$$

$$\text{سی سی} = 8000 = 1000 \times 8 \text{ لیتر}$$

$$\text{سی سی} = 1200 = 1000 \times \frac{1}{2} \text{ لیتر}$$

$$\frac{\text{ماست}}{\text{شیر}} = \frac{1200}{8000} = \frac{600}{\square}$$

$$\text{سی سی} = 4000 = \text{مقدار شیر}$$